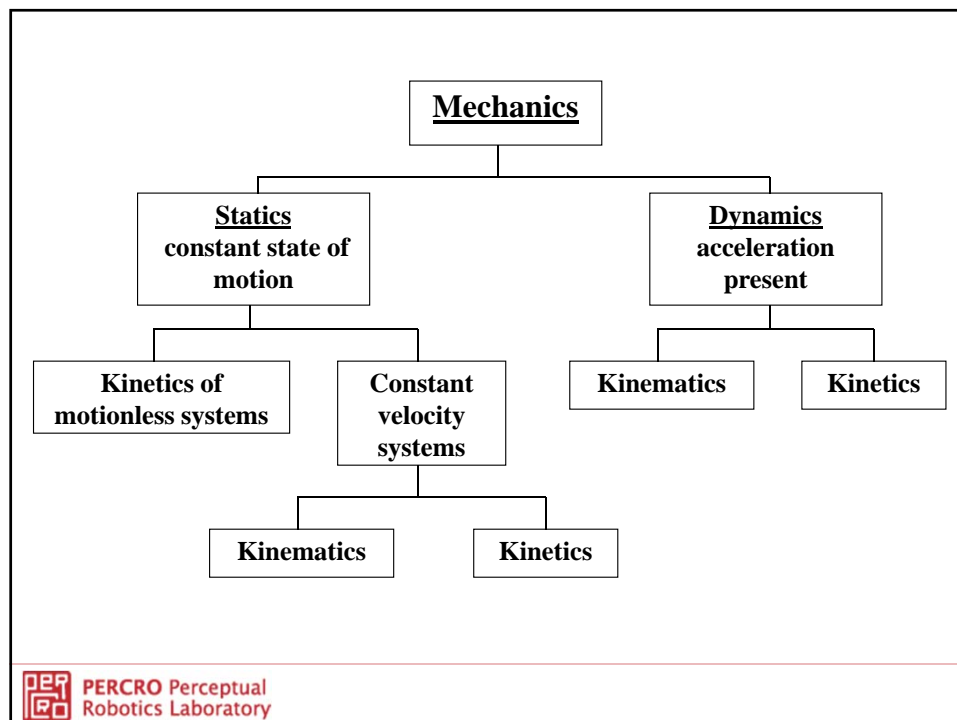


**Elementi di Biomeccanica**  
**Statica, Cinetica,**  
**Esercizi sull'analisi delle forze**

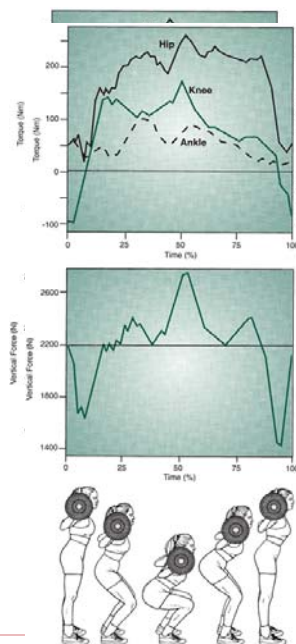


PERCRO Perceptual  
Robotics Laboratory



Analisi cinetica del movimento:

- Si concentra sulla direzione, velocità e cambio della velocità dei corpi di un oggetto
- Le forze prodotte durante il movimento sono importanti perché sono responsabili della creazione dei nostri movimenti e del mantenimento della postura e dell'equilibrio.



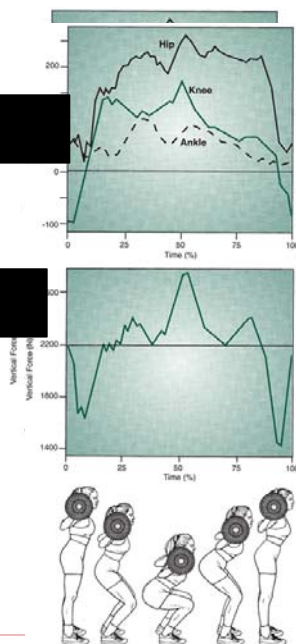
 PERCRO Perceptual Robotics Laboratory

Analisi cinetica del movimento:

- In questa immagine vediamo come nel sollevamento del peso, è possibile visualizzare l'informazione sia in termini di coppia articolare sia in termini di forza scambiata con il pavimento

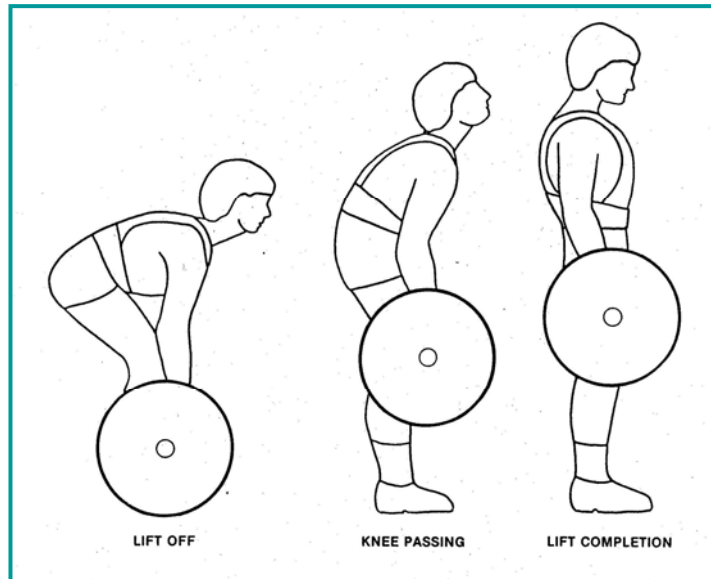
Coppie articolari

Reazione appoggio



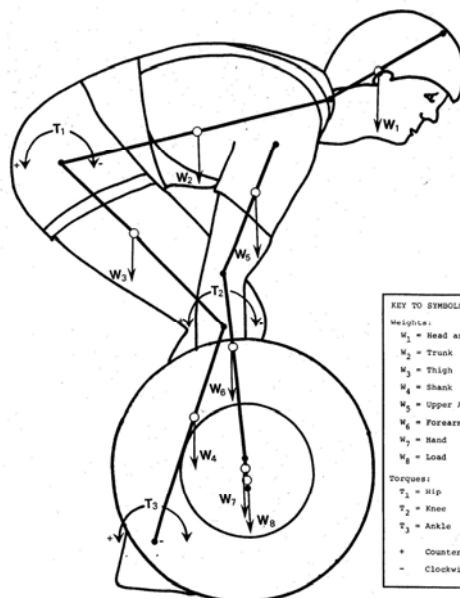
 PERCRO Perceptual Robotics Laboratory

### Two Dimensional Human Model



What is the purpose of defining events?

Modello statico



DEAD LIFT



### Utilità di un modello biomeccanico

- Modelli biomeccanici possono avere un valore diretto in termini medico-sanitari:
  - Stima delle forze che agiscono su diverse componenti o strutture per predire il carico massimo sostenibile in una data postura
  - Valutazione della dimensione appropriata di un ausilio o di un attrezzo di lavoro
  - Situazione ottimale per la postura lavorativa

### Riepilogo sull'applicazione dei sistemi di forze

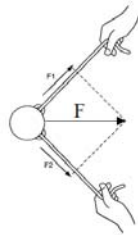
## Forza

È quella grandezza fisica che, applicata ad un corpo,

- a) ne causa la variazione della condizione di moto, oppure
- b) ne provoca la deformazione.



È una grandezza vettoriale !



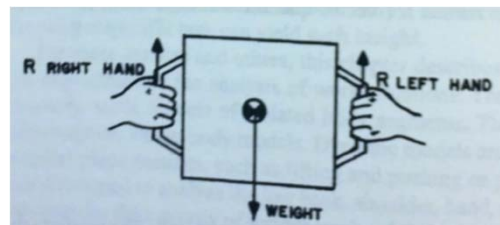
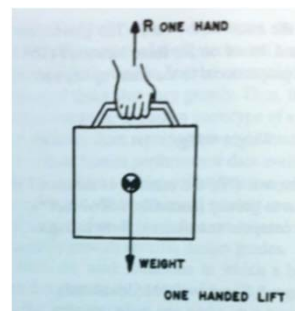
Esempio: composizione di due forze.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$\vec{F}$  è chiamata **risultante** delle forze applicate al corpo.

## Forze

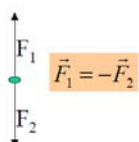
- Le forze sono quantità vettoriali e per essere definite richiedono le seguenti caratteristiche:
  - Ampiezza
  - Direzione
  - Linea di azione
  - Punto di applicazione
- In assenza di una sola di queste informazioni le forze non sono definite



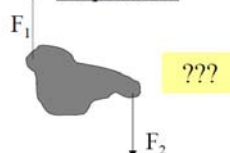
## Statica

Studia le condizioni di equilibrio dei corpi estesi.

Punto materiale



Corpo esteso



Definizione: corpo rigido

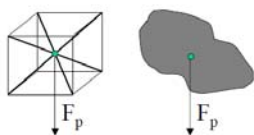
è un corpo ideale che non si deforma sotto l'azione delle forze.

## Baricentro

Rappresenta il punto in cui è applicata la **risultante delle forze peso**.

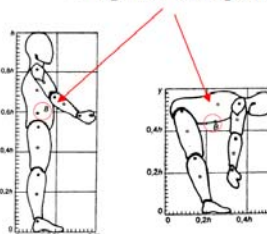
Corpo rigido:

⇒ è un punto fisso



Corpo umano:

⇒ dipende dalla postura

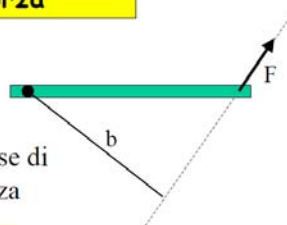
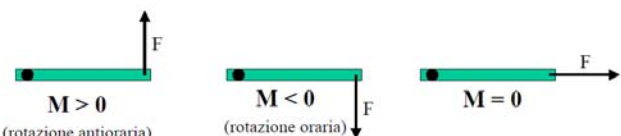


### Momento Meccanico di una Forza

$$M = b \cdot F$$

$b$  è la distanza tra la retta di applicazione della forza e l'asse di rotazione  $\Rightarrow$  **braccio** della forza

Unità di misura (S.I.) : N.m

PERCRO Perceptual Robotics Laboratory

### Condizioni di equilibrio di un corpo rigido

a) La somma delle forze che agiscono sul corpo è nulla:

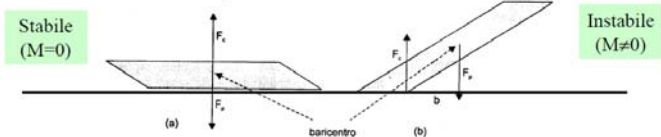
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = 0 \quad (\text{equilibrio } \underline{\text{traslazionale}})$$

b) La somma dei momenti che agiscono sul corpo è nulla:

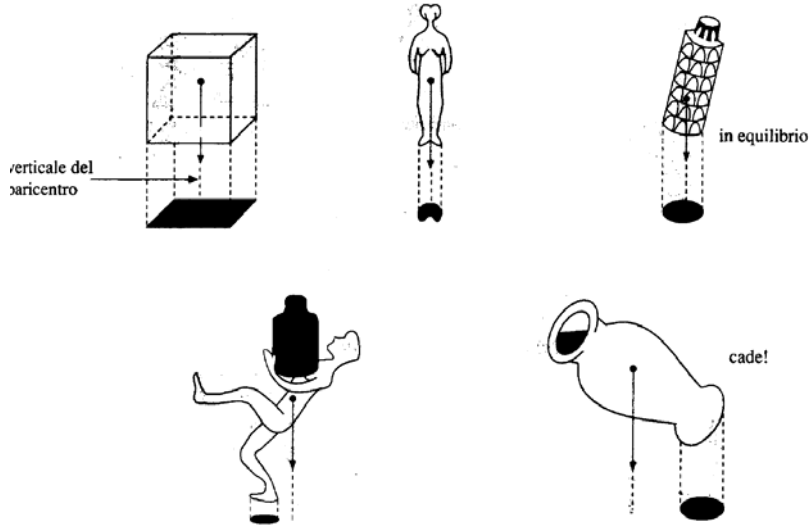
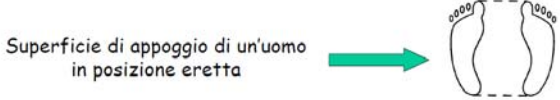
$$M = M_1 + M_2 + \dots = 0 \quad (\text{equilibrio } \underline{\text{rotazionale}})$$

PERCRO Perceptual Robotics Laboratory

**Applicazione: stabilità di corpo su un piano**



Un corpo è **stabile** se la proiezione verticale del baricentro cade all'interno della superficie di appoggio sul piano

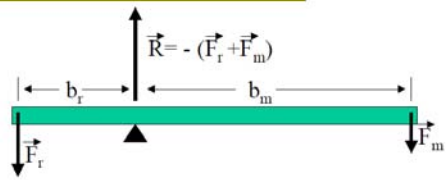




**Applicazione: le leve**

$F_r$  è la forza resistente

$F_m$  è la forza motrice




Condizione di equilibrio rotazionale:  $F_r \cdot b_r = F_m \cdot b_m$

Guadagno meccanico:

$$G = \frac{F_r}{F_m} = \frac{b_m}{b_r}$$

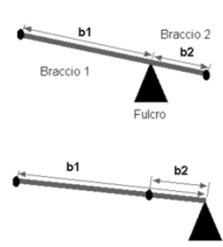
- Leva vantaggiosa ( $G > 1$ )
- Leva svantaggiosa ( $G < 1$ )




**PERCRO** Perceptual  
Robotics Laboratory

## Leve

- In base al rapporto tra forza resistente e forza applicata (o potenza) le leve si distinguono in:
  - svantaggiose: se la forza applicata richiesta è maggiore della forza resistente, ovvero se il braccio-resistenza è più lungo del braccio-potenza ( $b_p / b_r < 1$ );
  - indifferenti: se la forza applicata richiesta è uguale alla forza resistente, ovvero se il braccio-resistenza è uguale al braccio-potenza ( $b_p / b_r = 1$ );
  - vantaggiose: se la forza applicata richiesta è minore della forza resistente, ovvero se il braccio-resistenza è più corto del braccio-potenza ( $b_p / b_r > 1$ );



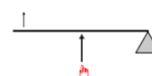
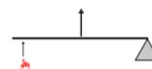
**Tipi di leve**



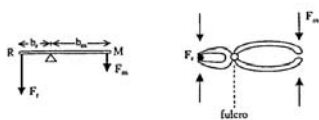
**PERCRO** Perceptual  
Robotics Laboratory

### Classificazione delle leve

- In base alla posizione reciproca del fulcro e delle forze le leve si distinguono in:
  - leve di primo genere: il fulcro si trova tra le due forze (interfulcrate); possono essere vantaggiose, svantaggiose o indifferenti;
  - leve di secondo genere: la forza resistente si trova tra fulcro e forza motrice (o potenza) (interresistente); sono sempre vantaggiose;
  - leve di terzo genere: la forza motrice (potenza) si trova tra fulcro e forza resistente (interpotente); sono sempre svantaggiose.

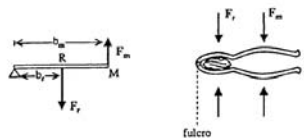


### Esempi di leve



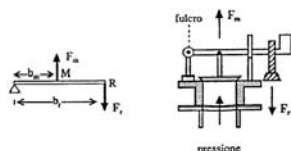
**Leva I° tipo**  
(es. pinza)

il fulcro si trova tra le due forze



**Leva II° tipo** ( $G > 1$ )  
(es. schiaccianoci)

la forza resistente si trova tra fulcro e forza motrice



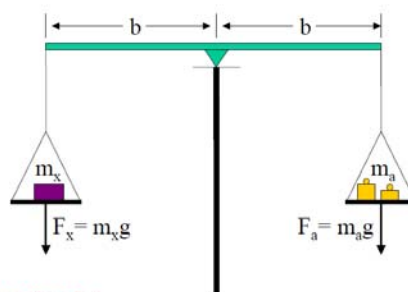
**Leva III° tipo** ( $G < 1$ )  
(es. valvola di sicurezza)

la forza motrice (potenza) si trova tra fulcro e forza resistente



### La bilancia

È una leva di I° tipo a bracci uguali.

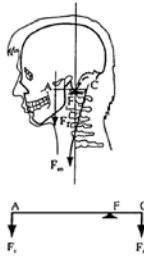


Condizione di equilibrio rotazionale:

$$m_x \cdot g \cdot b = m_a \cdot g \cdot b \quad \longrightarrow \quad m_x = m_a$$

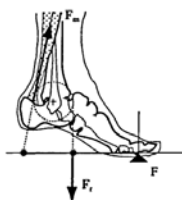
## Leve nel corpo umano

### I° tipo



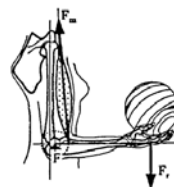
il fulcro si trova tra le due forze

### II° tipo



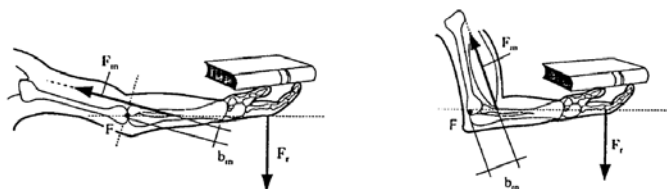
la forza resistente si trova tra fulcro e forza motrice

### III° tipo



la forza motrice (potenza) si trova tra fulcro e forza resistente

### Articolazione del gomito



Il guadagno è minore quando il braccio è disteso

- a) Postura corretta
- b) Postura errata



## EQUILIBRIO STATICO DEI CORPI

### Two Dimensional Human Model

LIFT OFF
KNEE PASSING
LIFT COMPLETION

PERCRO Perceptual Robotics Laboratory

What is the purpose of defining events?

### Static Model

**KEY TO SYMBOLS**

**Weights:**

- $W_1$  = Head and Neck
- $W_2$  = Trunk
- $W_3$  = Thigh
- $W_4$  = Shank
- $W_5$  = Upper Arm
- $W_6$  = Forearm
- $W_7$  = Hand
- $W_8$  = Load

**Torques:**

- $T_1$  = Hip
- $T_2$  = Knee
- $T_3$  = Ankle

+ Counterclockwise  
- Clockwise

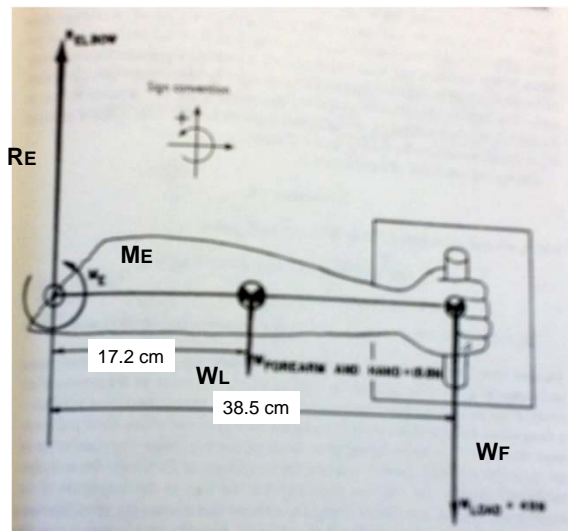
**DEAD LIFT**

PERCRO Perceptual Robotics Laboratory

STATIC EQUATIONS:

$$F_{Yi} = \sum_{i=1}^n M_i g$$

$$M_i = \sum_{i=1}^n (M_i g) [(1 - \rho_i)(L_i \cos \theta_i) + X_{Pi}]$$



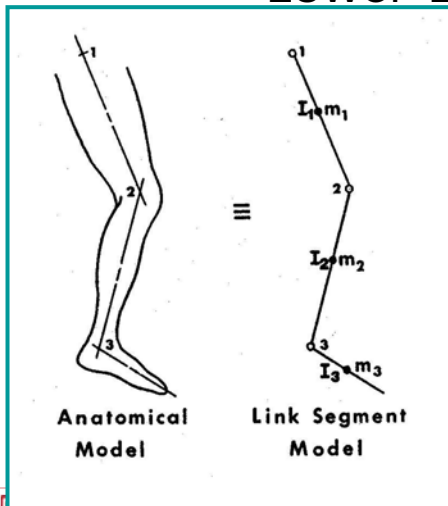
- Supponiamo di avere un peso di 10 Kg retto da due braccia
- Il peso dell'avambraccio e della mano è stimato pari a 15.8 N

## Rappresentazione del corpo come modello a Link-segment

### Assumptions in Using a Link-segment Model

- Each segment has a fixed mass located as a point mass at its center of mass
- Joint centers are considered to be hinged or ball and socket joints
- Mass moment of inertia of each segment about its mass center (or either proximal or distal joints) is constant during the movement
- Length of each segment remains constant during the movement

## Equivalence between Anatomical and Link-segment Model of the Lower Extremity

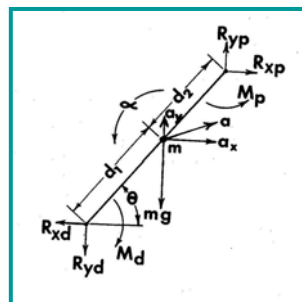


$M_1$ ,  $M_2$ , and  $M_3$ , considered to be concentrated at points (center of mass of each segment)

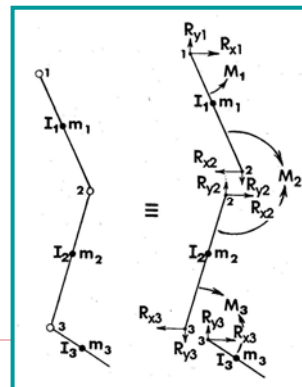
- length of each segment and length from proximal and distal joints to segment center of mass considered to be fixed
- moments of inertia  $I_1$ ,  $I_2$ , and  $I_3$  about each center of mass considered to be fixed

### Forces Acting on a Link-segment Model

- Gravitational Forces
- Ground Reaction and/or External Forces
- Muscle and Ligament Forces



Where do we obtain the data for the various parameters?





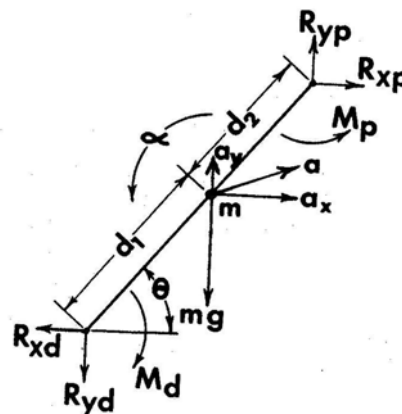
## Steps in Solving Kinetic Link-Segment Problems

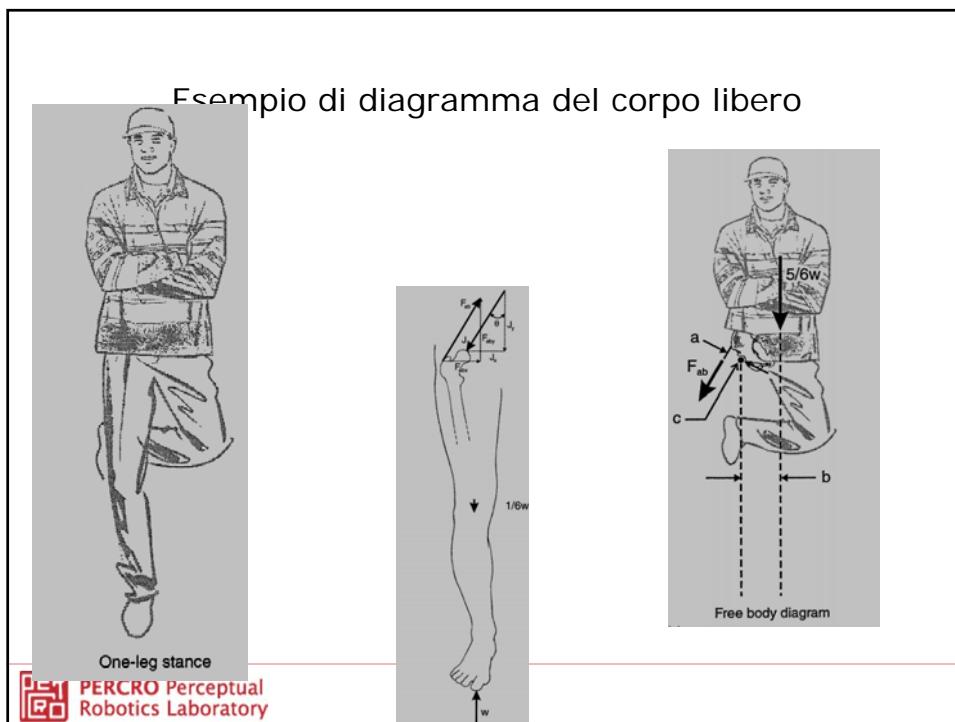
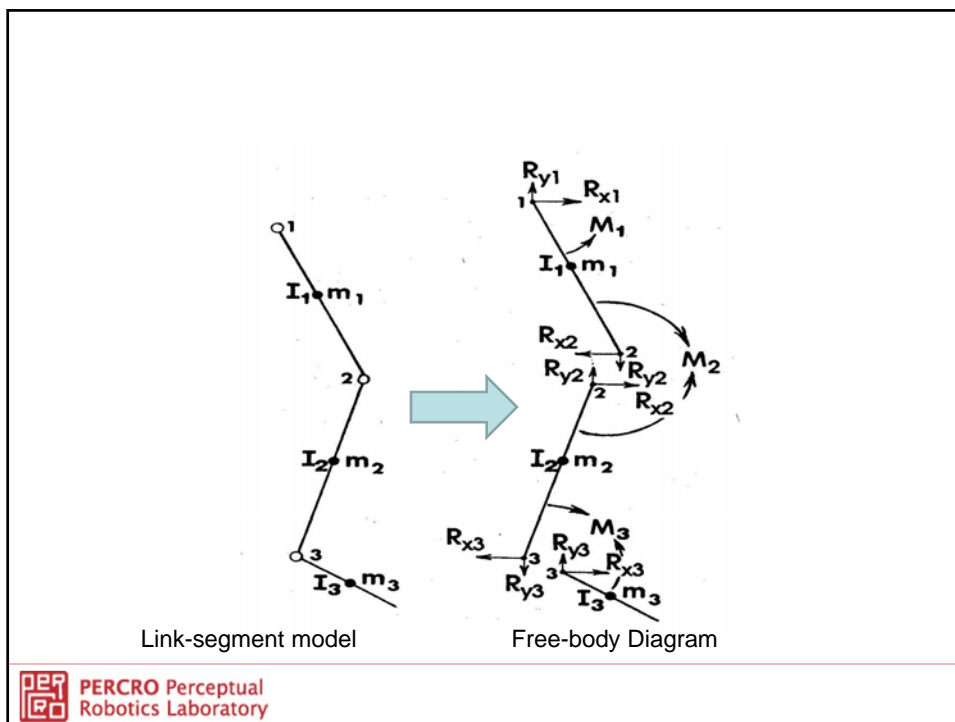
1. Draw free body diagram including forces (joint reaction, weight, ground reaction, other external), net muscle moments, important coordinates (e.g., center of mass of segments, ends of segments, center of pressure), segment orientation, and linear and angular acceleration

Can you draw a free body diagram?

## Steps in Solving Kinetic Link-Segment Problems

1. Draw free body diagram including forces (joint reaction, weight, ground reaction, other external), net muscle moments, important coordinates (e.g., center of mass of segments, ends of segments, center of pressure), segment orientation, and linear and angular acceleration



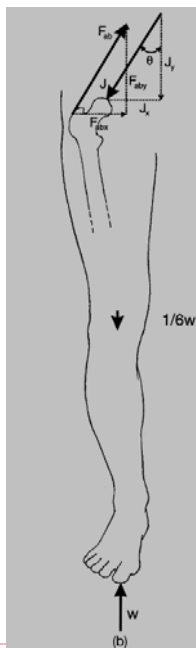


$$\sum M_C = 0 = -F_{ab}(a) + (5/6)Wb,$$

$$F_{ab} = \frac{5}{6}W \left( \frac{b}{a} \right).$$

Si assume che il rapporto b/a valga 2.4 per la maggiorparte degli individui

$$F_{ab} = 2W.$$



Da dati anatomici stimiamo che le forze dell'adduttore sono orientate di circa 60 gradi

$$\sum F_x = 0 = F_{ab} \cos 60^\circ - J_x$$

$$J_x = 1W.$$

$$\sum F_y = 0 = F_{ab,y} - J_y - \frac{1}{6}W + W$$

$$J_y = 2.56 W$$

$$J = \sqrt{J_x^2 + J_y^2} = 2.75W$$

La forza che agisce sull'anca è circa 3 volte il peso corporeo

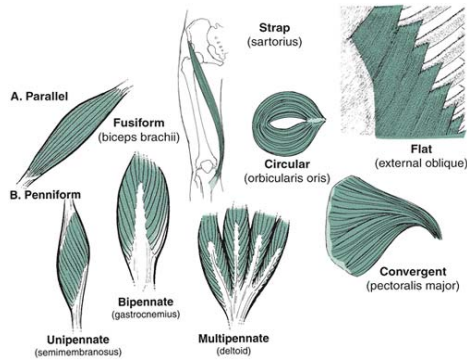
$$\tan \theta = \frac{J_x}{J_y} = \frac{1}{2.56} = 0.391$$

so  $\theta$  is approximately  $20^\circ$  from the y axis (vertical).

Trasmissione delle forze e  
generazione muscolare

## Architettura muscolare

- Two major fiber arrangements are found in the muscle: parallel and pennate.

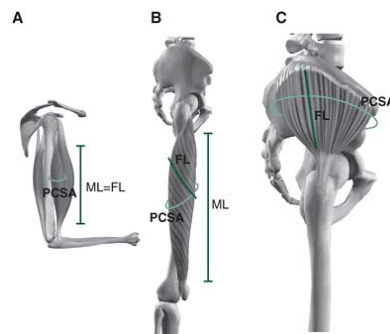


Parallel Fiber Arrangements In the parallel fiber arrangement, the fascicles are parallel to the long axis of the muscle.

Parallel muscles have fibers running in the same direction as the whole muscle. B. Penniform muscles have fibers that run diagonally to a central tendon through the muscle. The muscle fibers of a penniform muscle do not pull in the same direction as the whole muscle.

## Muscoli penniformi

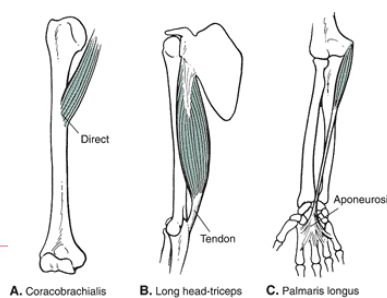
- In the second type of fiber arrangement, penniform, the fibers run diagonally with respect to a central tendon running the length of the muscle. The general shape of the penniform muscle is featherlike because the fascicles are short and run at an angle to the length of the muscle.
- Because the fibers of the penniform muscle run at an angle relative to the line of pull of the muscle, the force generated by each fiber is in a different direction than the muscle force.
- 



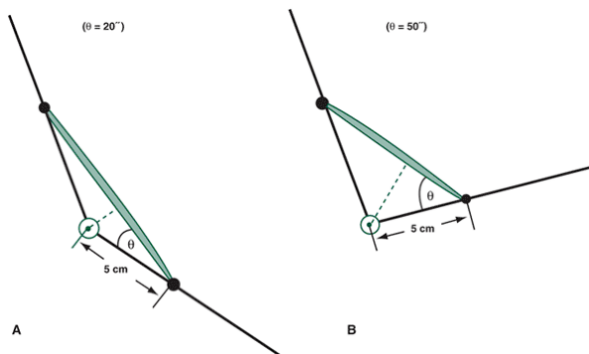
- The pennation angle is the angle made between the fibers and the line of action of pull of the muscle.




A muscle can attach directly into the bone (A) or indirectly via a tendon (B) or aponeurosis (C).

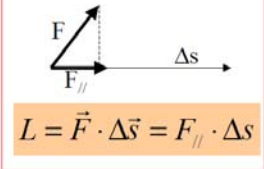


A muscle with a small moment arm (A) needs to produce more force to generate the same torque as a muscle with a larger moment arm (B).



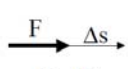
### Lavoro di una forza



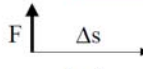


$$L = \vec{F} \cdot \Delta \vec{s} = F_{||} \cdot \Delta s$$

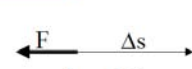
⇒ unità di misura (S.I.) **1 Joule (J) = 1 N · m**



$L = F \cdot \Delta s$



$L = 0$




$L = - F \cdot \Delta s$

In generale:

$L > 0 \Rightarrow$  **lavoro motore**

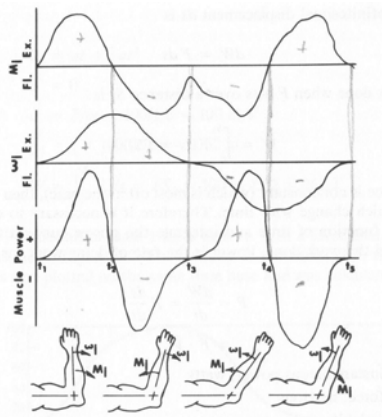
$L < 0 \Rightarrow$  **lavoro resistente**




**PERCRO** Perceptual  
Robotics Laboratory

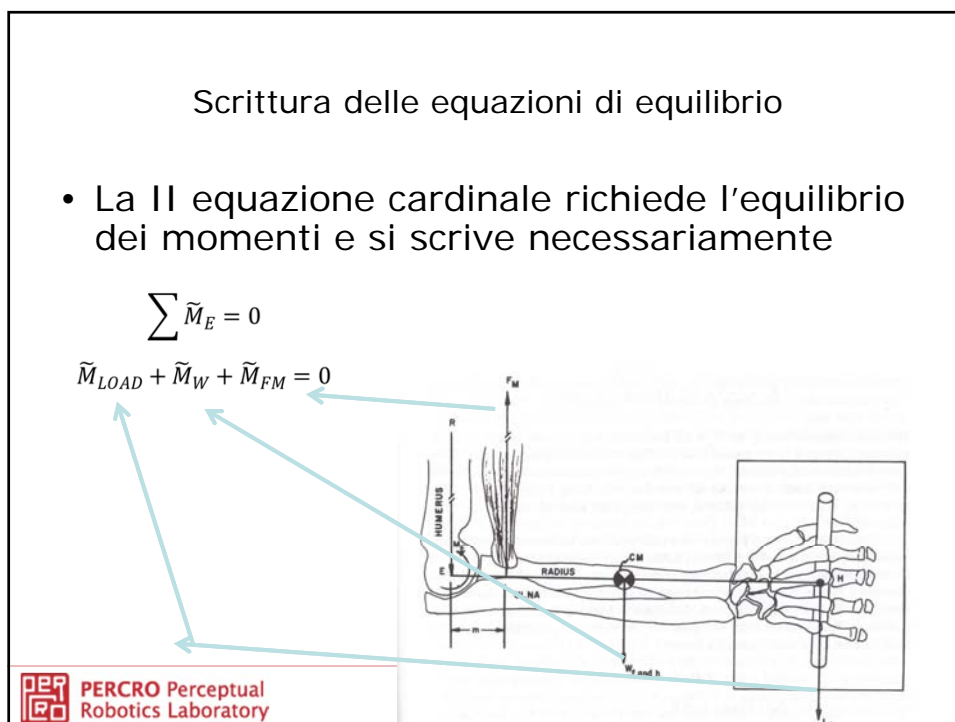
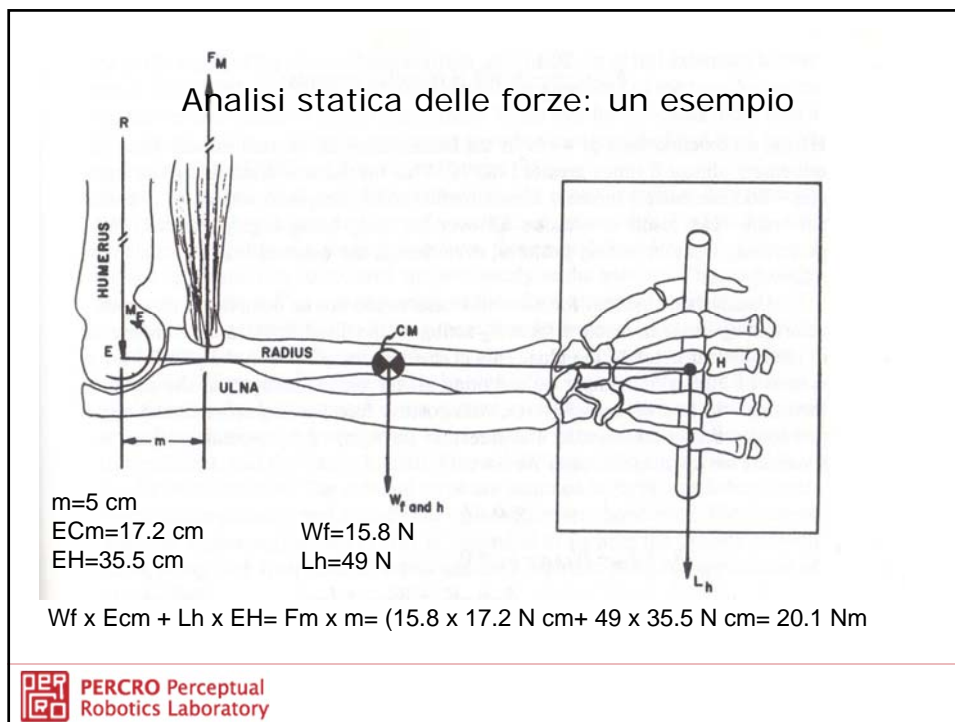
## Potenza muscolare

- In questo diagramma
  - La potenza muscolare ha due picchi positivi e due picchi negativi
- Tra le cause di inefficienza del movimento si annovera la co-contrazione
  - Combinazioni equivalenti articolari:
    - 30 Nm flessore
    - 40 Nm flessione, 10 Nm estensioi
    - 50 Nm flessione, 20 Nm estensioi
  - Le cocontrazioni sono presenti molte patologie, ed in particolare l'emiplegia e la paralisi cerebra infantile





**PERCRO** Perceptual  
Robotics Laboratory





**Elementi di Biomeccanica  
Statica, Cinetica,  
Esercizi sull'analisi delle forze**

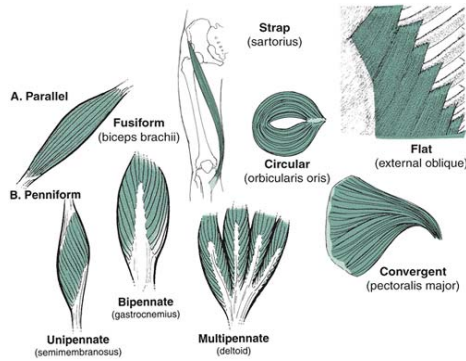


**PERCRO** Perceptual  
Robotics Laboratory

**Trasmissione delle forze e  
generazione muscolare**

## Architettura muscolare

- Two major fiber arrangements are found in the muscle: parallel and pennate.

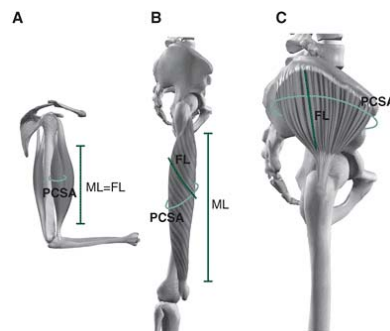


Parallel Fiber Arrangements In the parallel fiber arrangement, the fascicles are parallel to the long axis of the muscle.

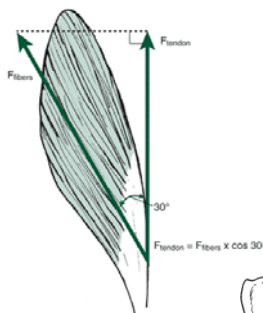
Parallel muscles have fibers running in the same direction as the whole muscle. B. Penniform muscles have fibers that run diagonally to a central tendon through the muscle. The muscle fibers of a penniform muscle do not pull in the same direction as the whole muscle.

## Muscoli penniformi

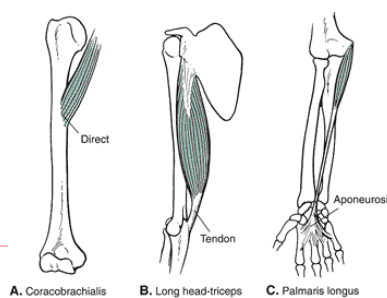
- In the second type of fiber arrangement, penniform, the fibers run diagonally with respect to a central tendon running the length of the muscle. The general shape of the penniform muscle is featherlike because the fascicles are short and run at an angle to the length of the muscle.
- Because the fibers of the penniform muscle run at an angle relative to the line of pull of the muscle, the force generated by each fiber is in a different direction than the muscle force.



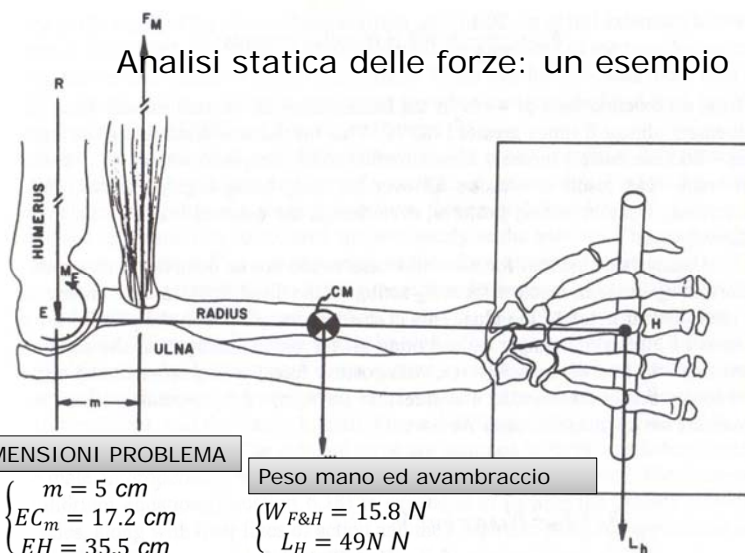
- The pennation angle is the angle made between the fibers and the line of action of pull of the muscle.



A muscle can attach directly into the bone (A) or indirectly via a tendon (B) or aponeurosis (C).



### Analisi statica delle forze: un esempio



DIMENSIONI PROBLEMA

$$\begin{cases} m = 5 \text{ cm} \\ EC_m = 17.2 \text{ cm} \\ EH = 35.5 \text{ cm} \end{cases}$$

Peso mano ed avambraccio

$$\begin{cases} W_{F\&H} = 15.8 \text{ N} \\ L_H = 49 \text{ N} \end{cases}$$

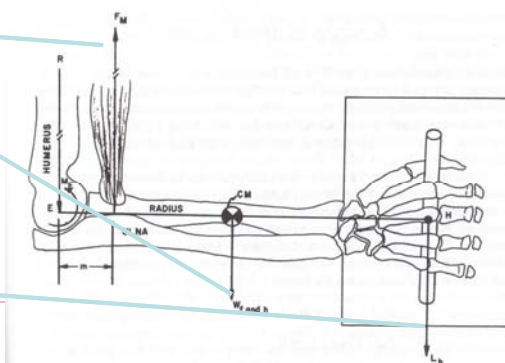
$$M_E = EC \cdot W_{F\&H} + EH \cdot L_H \quad (15.8 \times 17.2 \text{ N cm} + 49 \times 35.5 \text{ N cm} = 20.1 \text{ Nm})$$

### Scrittura delle equazioni di equilibrio

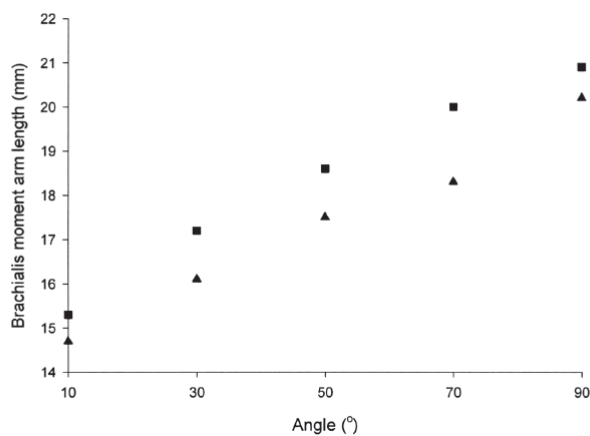
- La II equazione cardinale richiede l'equilibrio dei momenti e si scrive necessariamente

$$\sum \tilde{M}_E = 0$$

$$\tilde{M}_{LOAD} + \tilde{M}_W + \tilde{M}_{FM} = 0$$



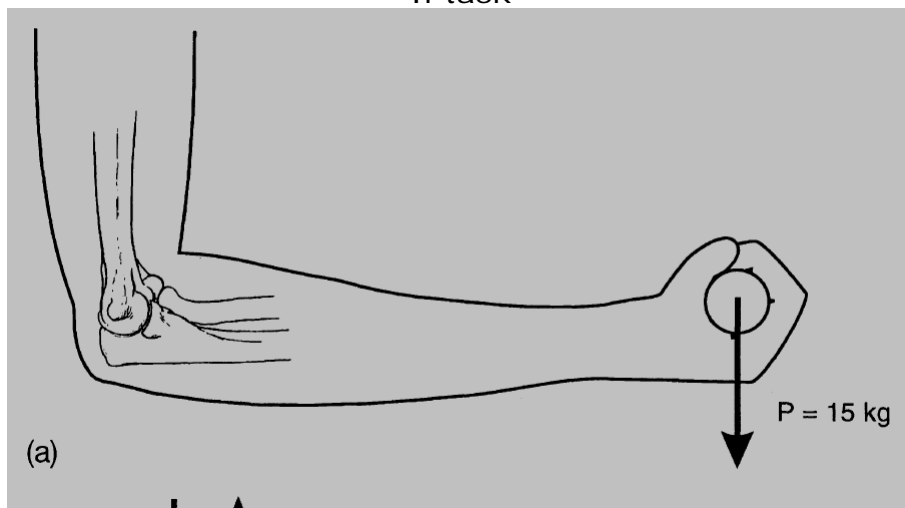
### Esempio di stima di moment arm del brachiale in boys and girls

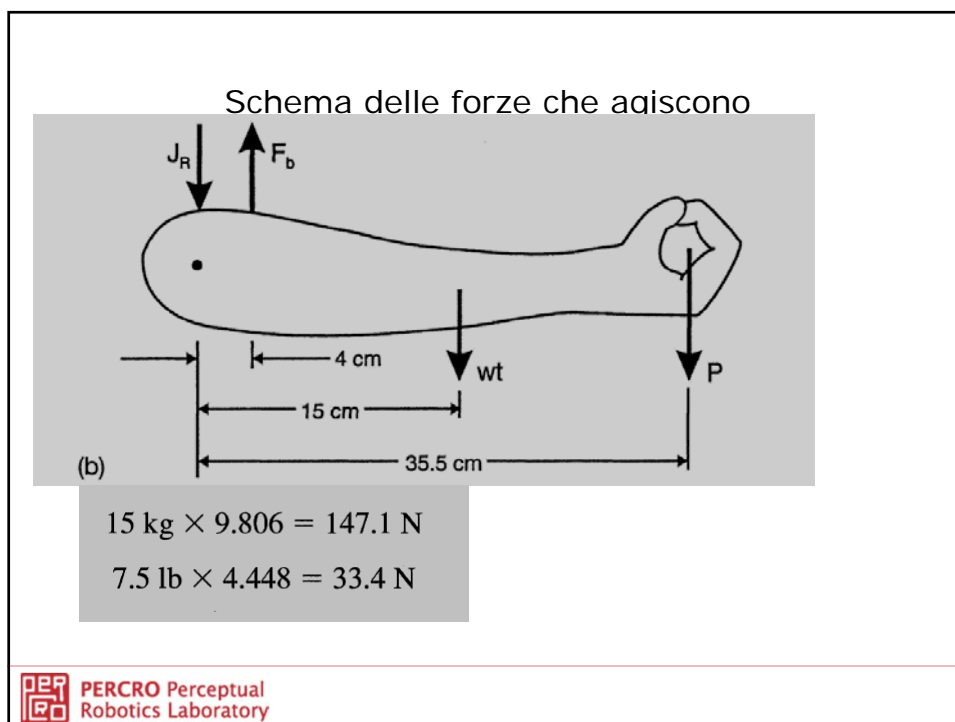
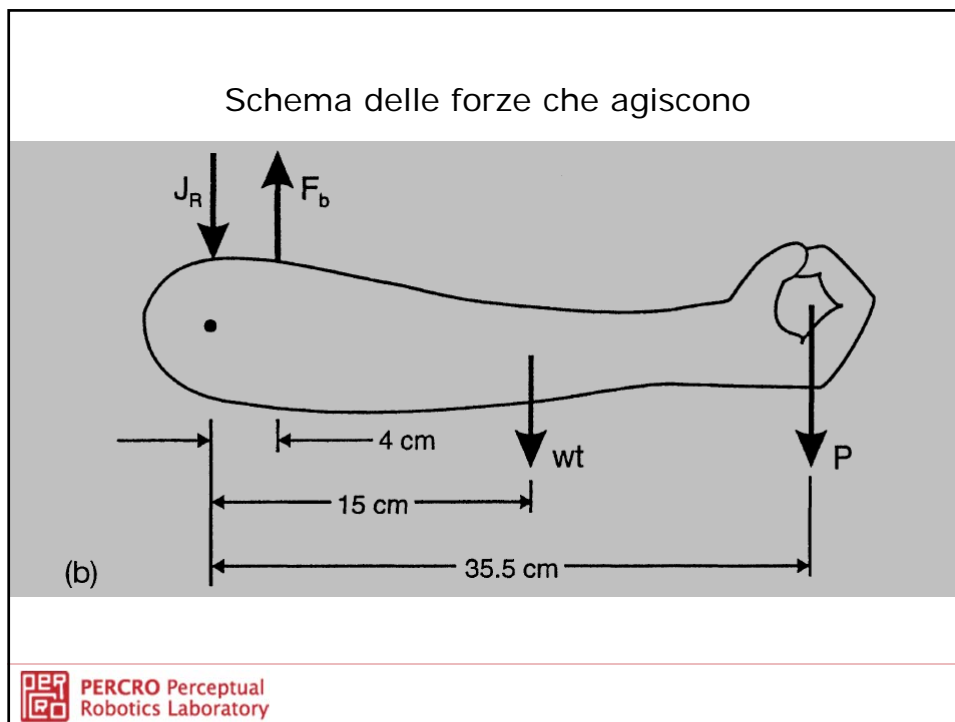


Vediamo che in media a 70 gradi abbiamo 19 mm per il brachiale

## II ESEMPIO

### II task

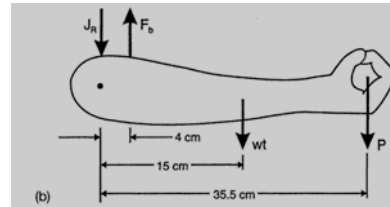




$$\Sigma M_z = 0 = -0.04(F_b) + 0.15(33.4) + 0.355(147.1)$$

$$F_b = 1,430 \text{ N.}$$

La forza nel bicipite è circa 10 volte la forza nella mano



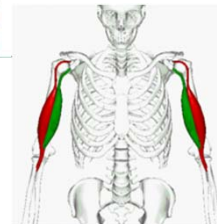
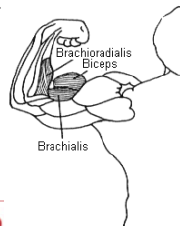
$$\Sigma F_y = 0 = -J_r + F_b - wt - P$$

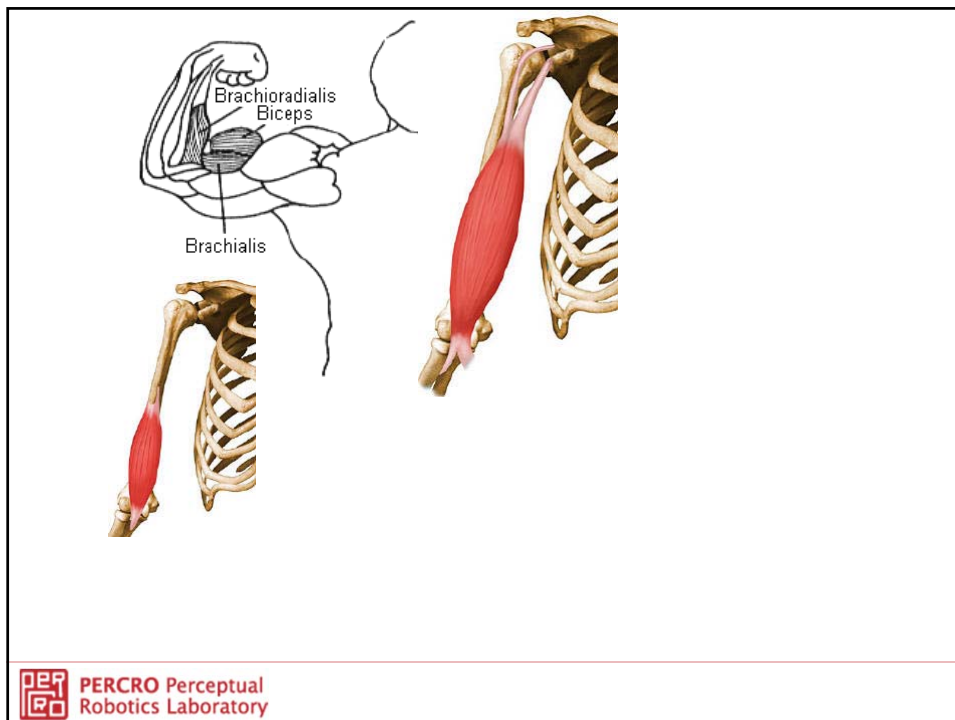
La reazione articolare che agisce sull'articolazione è 8.5 volte

$$J_r = -1,249.5 \text{ N}$$

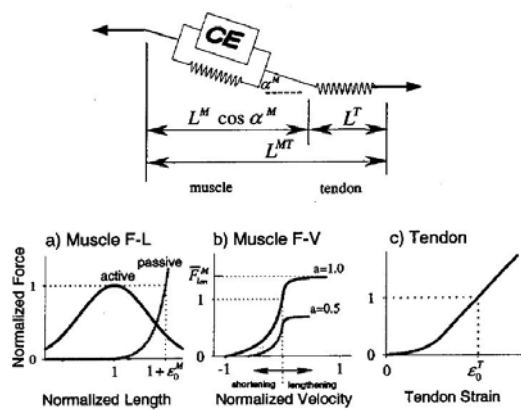
## Dettaglio

- **[Brachiale]:** È il più potente flessore dell'avambraccio. A differenza dell'altro flessore dell'avambraccio, il muscolo bicipite brachiale, non si inserisce sul radio, quindi non partecipa alla supinazione dell'avambraccio
- **[Bicipite]:** L'azione generale del bicipite è quella di flettere l'avambraccio sul braccio, e flettere il braccio sulla spalla.
- **[Brachioradiale]:** Flessione dell'avambraccio sul braccio e mantenimento dell'avambraccio in posizione intermedia tra supinazione e pronazione (posizione neutra).

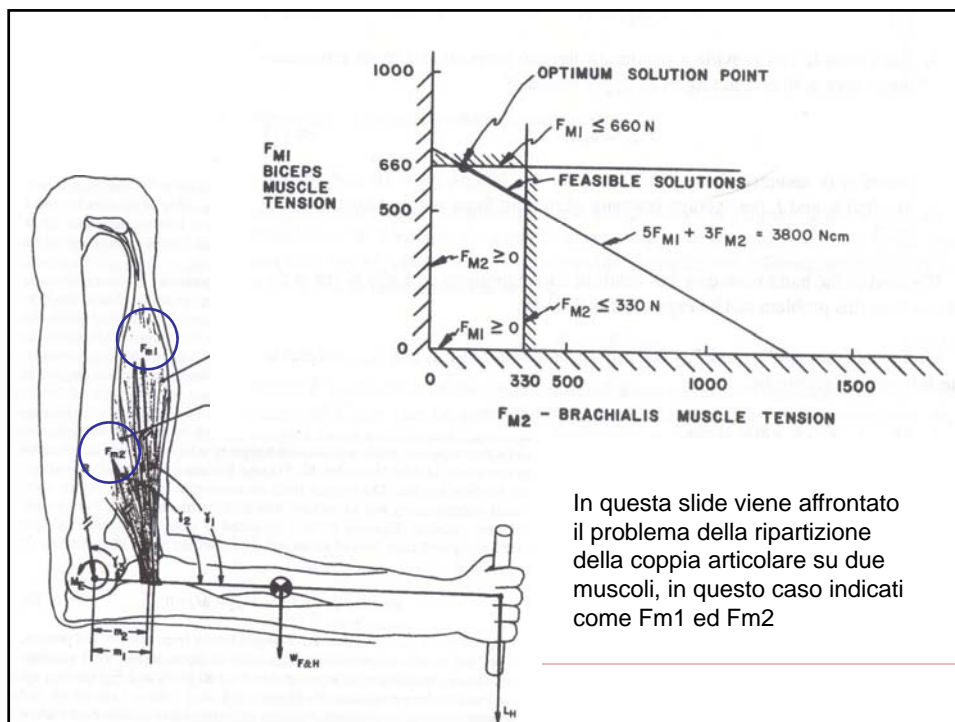




Modello muscolare usato in opensym





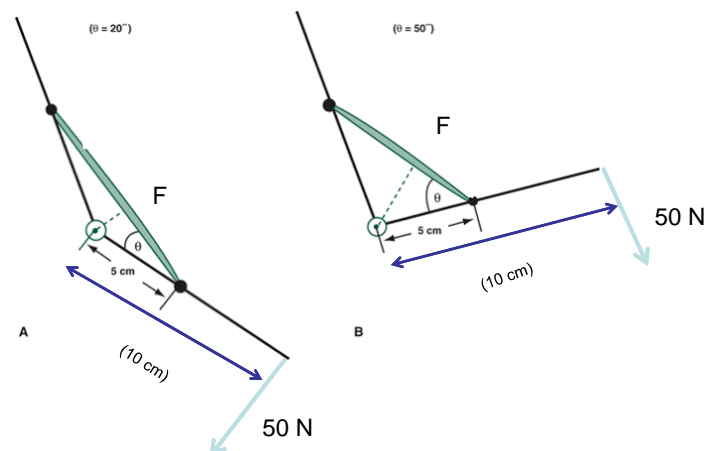


In questa slide viene affrontato il problema della ripartizione della coppia articolare su due muscoli, in questo caso indicati come  $F_{M1}$  ed  $F_{M2}$

## Elementi di Biomeccanica Statica, Cinetica, Esercizi sull'analisi delle forze




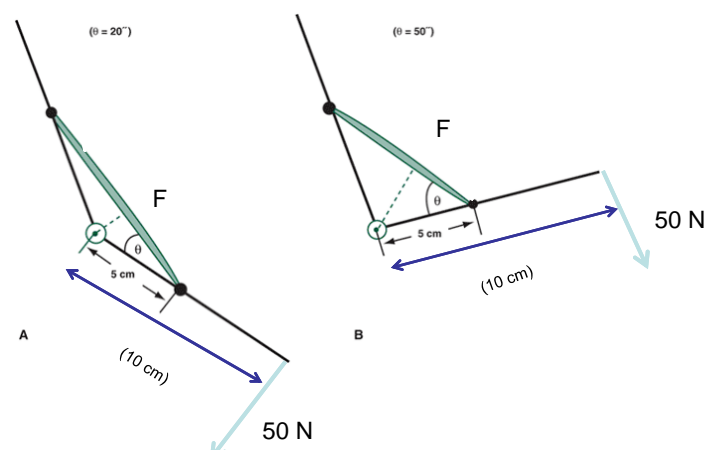
PERCRO Perceptual  
Robotics Laboratory



Si calcoli la forza muscolare richiesta per bilanciare la forza in questi due casi  
Per l'equilibrio intorno al gomito è sufficiente imporre l'equilibrio delle due forze agenti


$$F \sin(\theta) \times 5 \text{ cm} = 50 \text{ N} \times 10 \text{ cm} \rightarrow F = 100 / \sin(\theta) \text{ N}$$

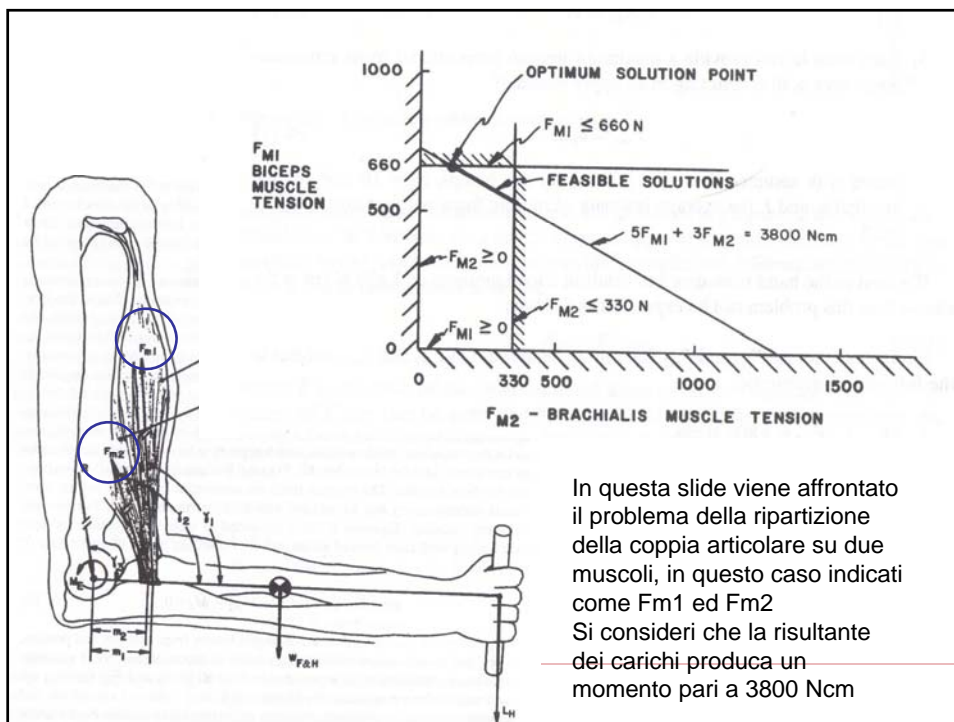
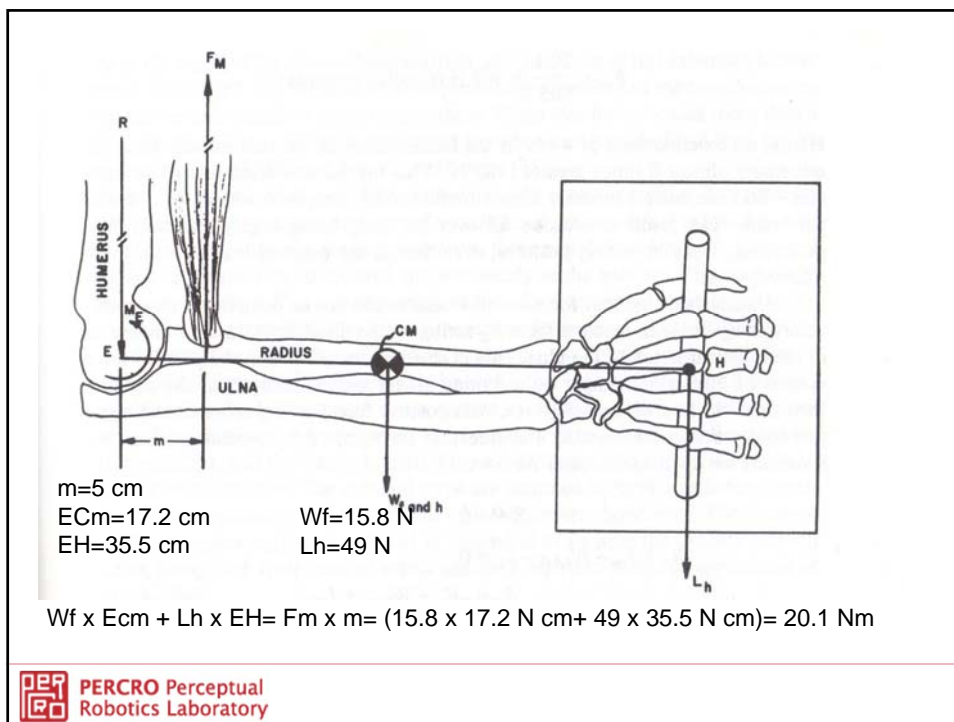
 **PERCRO** Perceptual Robotics Laboratory



E' chiaro che la forza è tanto maggiore quanto più piccolo è l'angolo theta in quanto nei due casi abbiamo rispettivamente.

$$F = 100 / \sin(20 \text{ deg}) \text{ N} = 292 \text{ N} \quad F = 100 / \sin(50 \text{ deg}) \text{ N} = 130 \text{ N}$$

 **PERCRO** Perceptual Robotics Laboratory



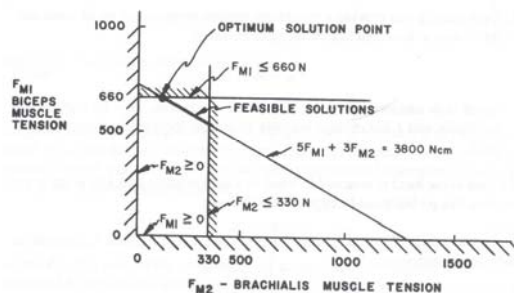
Valore massimo da assumere per i due muscoli

- Supponiamo di considerare un'intensità massima di contrazione per sezione del muscolo pari a  $I = 30 \text{ N/cm}^2$
- Allora nel nostro csa considerando le sezioni
  - Bicipite  $a_1 = 10 \text{ cm}^2$
  - Brachiale  $a_2 = 20 \text{ cm}^2$
- Abbiamo che i limiti sono pari a
  - Bicipite:  $F_{m1} = a_1 \cdot I = 300 \text{ N}$
  - Brachiale:  $F_{m2} = a_2 \cdot I = 600 \text{ N}$

### Rappresentazione grafica dell'equilibrio delle forze

L'equazione di equilibrio ci dice pertanto che in generale deve essere

$$\begin{cases} 5F_{m1} + 3F_{m2} = 3800 \text{ Ncm} \\ F_{m1} \leq 660 \text{ N} \\ F_{m2} \leq 330 \text{ N} \end{cases}$$



- La prima condizione ci dà l'equilibrio al momento delle due forze agenti con bracci  $m_1$  ed  $m_2$ , nel nostro caso assunti pari a 5 e 3 cm rispettivamente. Il secondo termine è il momento risultante del peso del braccio legato a  $W_{FH}$  ed alla forza  $L_H$ .
- Il secondo e terzo termine ci dicono i valori massimi che possono essere raggiunti dalle due forze muscolari.

E' chiaro che il problema risulta indeterminato per cui è necessario introdurre un criterio di ottimo.

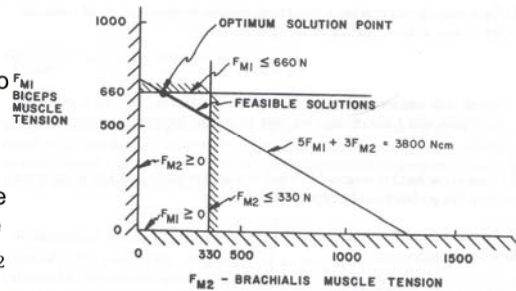
Supponiamo che questo sia la minimizzazione della somma delle due forze  $F_{m1} + F_{m2}$  ossia trovare il minimo della funzione  $F_{m1} + F_{m2}$  soggetta ai vincoli

$$\begin{cases} 5F_{m1} + 3F_{m2} = 3800 \text{ Ncm} \\ F_{m1} \leq 660 \text{ N} \\ F_{m2} \leq 330 \text{ N} \end{cases}$$

Facciamo allora l'ipotesi di scrivere la nostra funzione da minimizzare in funzione di  $F_{m2}$  nel modo seguente, sostituendo  $F_{m1}$  data dalla prima relazione

$$F_{m1} + F_{m2} = F_{m1} - \frac{5}{3}F_{m1} + \frac{3800}{3} \text{ N} = -\frac{2}{3}F_{m1} + 1266.7 \text{ N}$$

Questa funzione è una retta rispetto ad  $F_{m1}$  (con coeff negativo), per cui ci dici che il minimo si raggiunge per il valore più grande di  $F_{m1}$ , ovvero  $F_{m1}=660\text{N}$ .



$$\begin{cases} 5F_{m1} + 3F_{m2} = 3800 \text{ Ncm} \\ F_{m1} \leq 660 \text{ N} \\ F_{m2} \leq 330 \text{ N} \end{cases}$$

Procediamo allora con il sostituire il valore di  $F_{m1}=660 \text{ N}$  e troviamo che

$$F_{m1} + F_{m2} = -\frac{2}{3}660 \text{ N} + 1266.7 \text{ N} = 826.6 \text{ N}$$

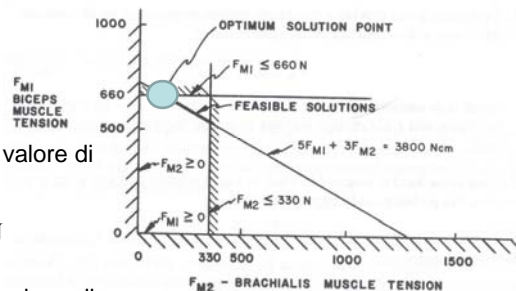
Siamo in grado allora con questa equazione di risolvere il ns problema. Abbiamo due equazioni in due incognite, un sistema lineare

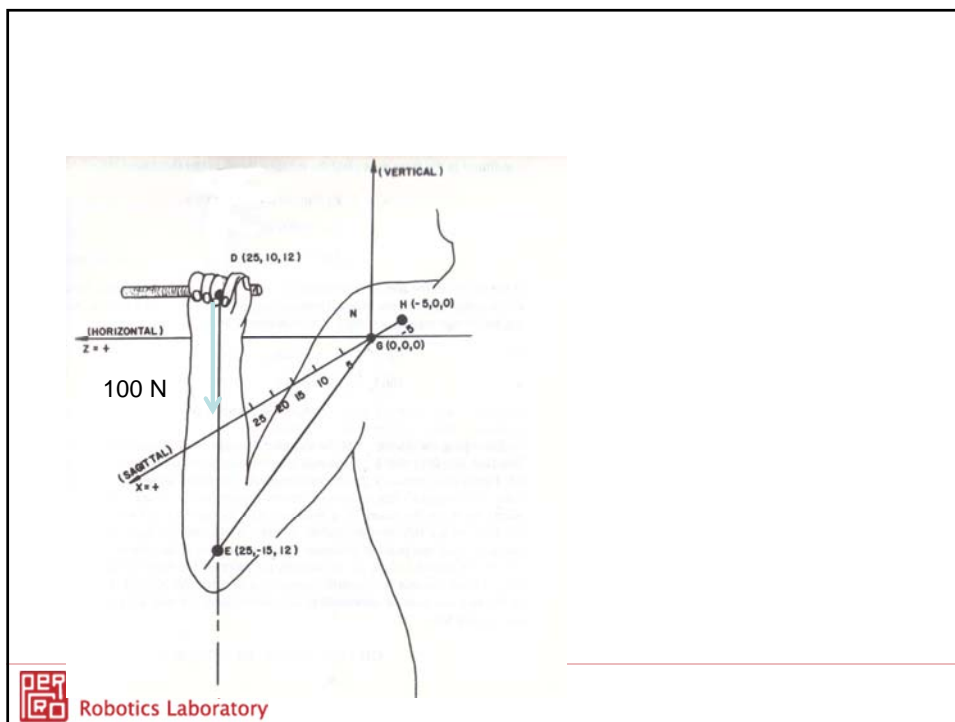
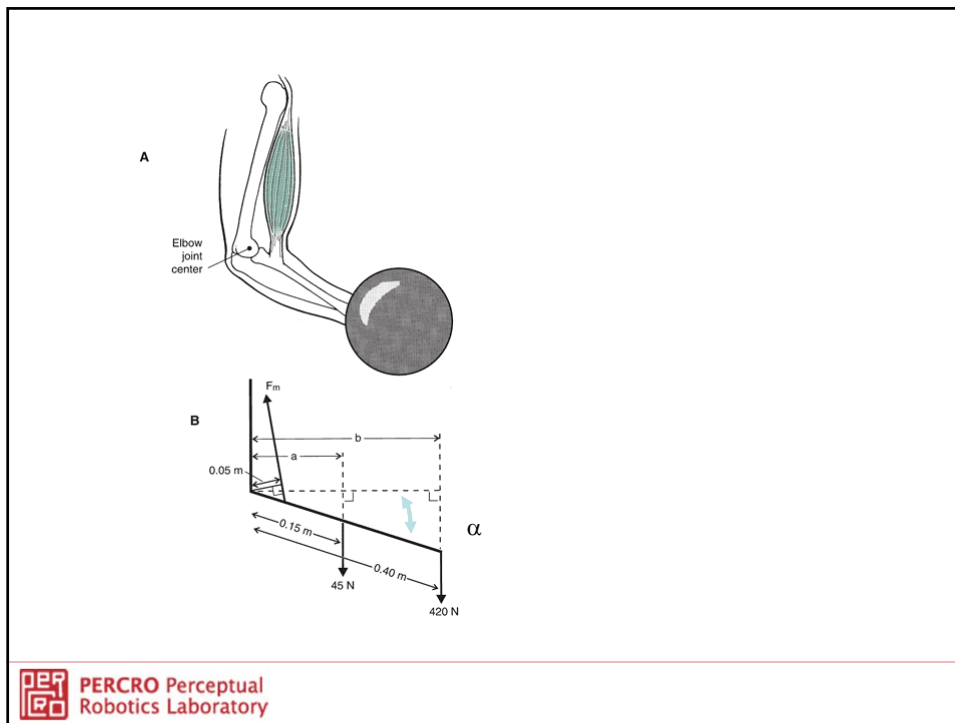
$$\begin{cases} 5F_{m1} + 3F_{m2} = 3800 \\ F_{m1} + F_{m2} = 826.6 \end{cases}$$

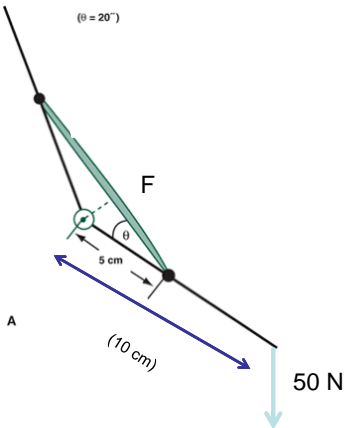
Moltiplichiamo la seconda equazione per 5, e sottraiamo la prima equazione alla seconda per ottenere il valore di  $F_{m2}$

$$\begin{cases} 5F_{m1} + 3F_{m2} = 3800 \\ 5F_{m1} + 5F_{m2} = 4133 \text{ N} \end{cases}$$

$$F_{m2} = \frac{4133 - 3800}{2} \text{ N} = 166.5 \text{ N}$$







$(\theta = 20^\circ)$

$F$

5 cm

10 cm

50 N

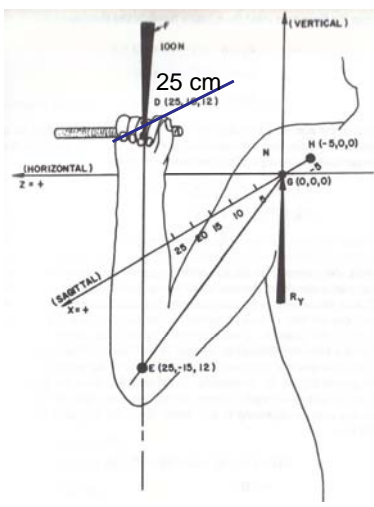
A

E' chiaro che la forza è tanto maggiore quanto più piccolo è l'angolo theta in quanto in casi abbiamo rispettivamente.

$F = 100 / \sin(20 \text{ deg}) \text{ N} = 292 \text{ I } F = 100 / \sin(50 \text{ deg}) \text{ N} = 130 \text{ N}$

**PERCRO** Perceptual Robotics Laboratory

### Calcolo dei momenti articolari



100 N

25 cm

D (25, 10, 12)

G (0, 0, 0)

H (-5, 0, 0)

E (25, -15, 12)

(HORIZONTAL) z + +

(VERTICAL)

(SABITAL) x + +

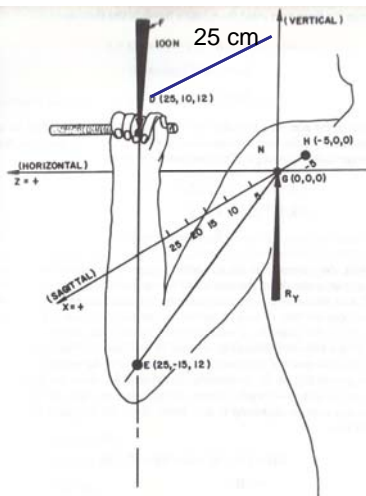
25 10 15 10 25

$R_y$

Si calcoli la coppia articolare che una forza verticale di 100 N esercita a livello della spalla  
Si considerino le distanze indicate in cm e le forze in N

$F = [0, -100, 0] \text{ N}$   
 $(D - G) = [25, 10, 12] \text{ cm}$

**PERCRO** Perceptual Robotics Laboratory



Si calcoli la coppia articolare che una forza verticale di 100 N esercita a livello della spalla. Si considerino le distanze indicate in cm e le forze in N

$$F = [0, -100, 0] \text{ N}$$

$$(D - G) = [25, 10, 12] \text{ cm}$$

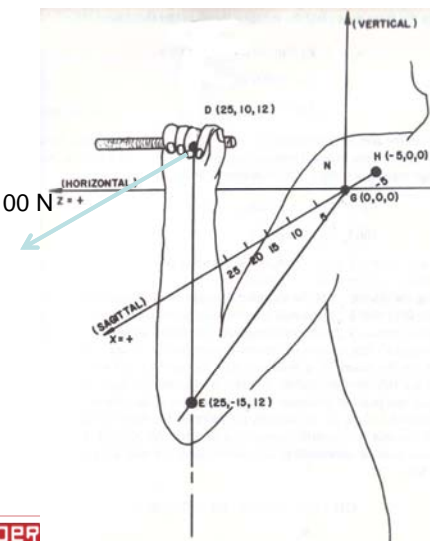
Utilizzando le dimensioni riportate si procede calcolando prodotto vettoriale

Si trova pertanto per  $M = (D - G) \wedge F$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 25 & 10 & 12 \\ 0 & -100 & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -1200 \\ 0 \\ -2500 \end{bmatrix} \text{ Ncm} = \begin{bmatrix} -12 \\ 0 \\ -25 \end{bmatrix} \text{ Nm}$$

**PERCRO** Perceptual Robotics Laboratory

### Sollecitazione diversa



In questo caso la sollecitazione rappresenta una forza diretta in avanti, per cui nel sistema di riferimento indicato

$$F = [100, 0, 0]$$

$$D = [25, 10, 12]$$

Il momento articolare a livello della spalla può essere calcolato mediante il calcolo del momento come

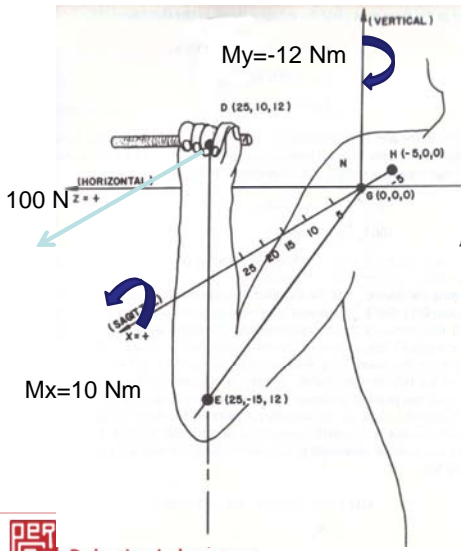
$$M_S = (D - O) \wedge F$$

Dove la notazione indica con (D-O) il vettore che congiunge il punto O al punto D

**PERCRO** Robotics Laboratory



## Sollecitazione diversa



Procedendo nello svolgimento del calcolo usando la definizione di prodotto vettoriale, troviamo che

$$M_S = (D - O) \wedge F$$

$$M_S = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 25 & 10 & 12 \\ 100 & 0 & 0 \end{vmatrix} Nm$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ -12 \times 100 \\ 10 \times 100 \end{bmatrix} Ncm = \begin{bmatrix} 0 \\ -12 \\ 10 \end{bmatrix} Nm$$

Il calcolo è equivalente a calcolare il determinante della matrice composta da 3 righe, la prima contenente i tre versori, la seconda la forza F e la terza il vettore D-O

**PER** Robotics Laboratory

## Conclusioni



PERCRO Perceptual  
Robotics Laboratory

## Conclusioni



PERCRO Perceptual  
Robotics Laboratory